Práticas de Electrónica

Trabalho nº 3-2

Ficha Técnica: Circuito RC – Conceito de Desfasamento (Fasor)

Objectivos:

- Conhecer o conceito de desfasamento (*fasor*).
- Compreender a resposta dos circuitos RC em regime permanente.
- Introdução ao filtros passa-baixo e passa-alto.

---

1 Introdução

Genericamente falando, componentes passivos são aqueles que não incluem no seu modelo teórico geradores de energia (fontes de tensão ou fontes de corrente). No caso das resistências há dissipação de energia ($P= RI^2$), nas indutâncias e capacidades existe armazenamento e nos transformadores verifica-se uma conversão dos parâmetros de transmissão de energia: tensão e corrente.

Uma tensão sinusoidal tem como expressão genérica:

$$v(t) = V_p \sin(\omega t + \phi)$$

em que (V_p) é o valor máximo de tensão ou amplitude, (ω) a frequência angular em radianos por segundo ($\omega = 2\pi f$) e (ϕ) a fase, i. e. o ângulo no instante t = 0. Semelhantemente se define uma corrente sinusoidal como sendo

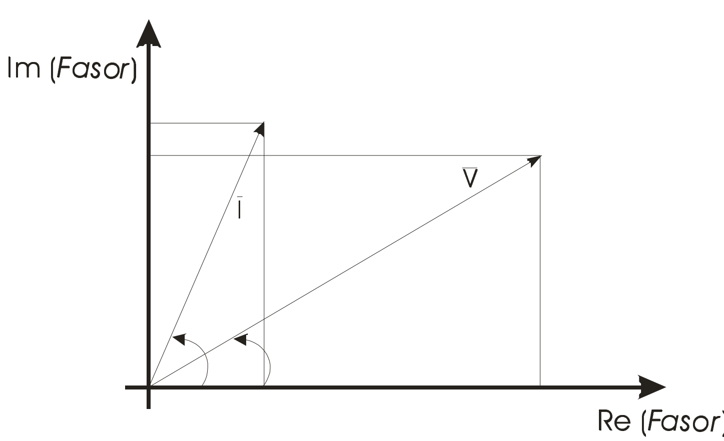
$$i(t) = I_p \sin(\omega t + \alpha)$$

Interessa conhecer as expressões que relacionam tensões e correntes nos componentes passivos. Numa primeira aproximação consideram-se os elementos reais como ideais.

Nesta introdução ao trabalho serão recapitulados os conceitos básicos de Electrotecnia. As demonstrações rigorosas das expressões apresentadas podem ser encontradas na bibliografia indicada no fim ou em qualquer texto básico de Electrotecnia ou Análise de Circuitos.

2 Representação no Domínio Complexo

Um sinal sinusoidal de tensão ou de corrente pode ser representado por um vector girante (fasor) com módulo igual a (V_p), frequência angular (ω) e fase (ø) para a tensão e módulo igual a (I_p), frequência angular (ω) e fase (α) para a corrente. As fases (ø) e (α) são medidas relativamente ao semi-eixo positivo das abcissas e no sentido anti-horário.



Repare-se que os vectores descrevem um arco de (ωt_1) radianos ao fim do tempo (t_1) e que para cada instante os valores instantâneos de tensão ou corrente são dados pela projecção da extremidade do vector no eixo imaginário.

Se um circuito eléctrico contém apenas componentes lineares então, em resposta a uma excitação sinusoidal, em qualquer ponto do circuito se registam grandezas electricas (tensões ou correntes) sinusoidais com a mesma frequência, diferindo apenas na amplitude e na fase. É por isso possível abstrair da variável tempo, e trabalhar no domínio das frequências utilizando a seguinte transformação:

$$\begin{aligned} V_p \sin(\omega t + \phi) \quad &\Leftrightarrow \quad \overline{V} = V_p \angle \overline{V} \\ I_p \sin(\omega t + \alpha) \quad &\Leftrightarrow \quad \overline{I} = I_p \angle \overline{I} \end{aligned},$$

onde “π” indica a fase do vector girante. Uma representação igualmente usada, principalmente fora dos textos de matemática, é: “ang(.)”.

É possível ainda introduzir o conceito de impedância $\overline{Z}$:

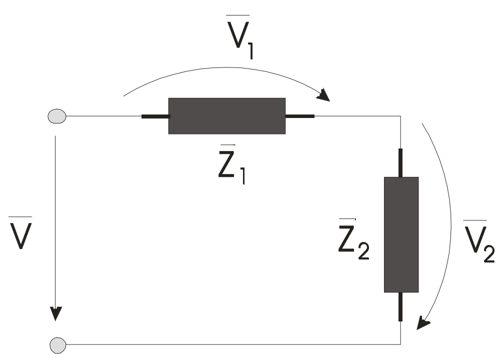
$$\overline{Z} = \frac{\overline{V}}{\overline{I}} = R + jX \ ,$$

onde *R* representa a parte real (resistência) e *X* a parte imaginária (reactância). O conceito de impedância é uma extensão ou generalização do conceito de resistência; portanto, pode-se também escrever a lei de Ohm para as tensões e correntes sinusoidais representadas por números complexos:

$$\begin{aligned} \overline{V} &= \overline{Z}\overline{I} \\ \overline{I} &= \frac{\overline{V}}{\overline{Z}} \end{aligned}.$$

3 Divisor de Tensão

No caso geral do divisor de tensão entre duas impedâncias temos:



.

Da análise do circuito temos que

$$\overline{V} = \overline{Z}\overline{I} \ , \qquad \overline{V} = \overline{V}_1 + \overline{V}_2 \qquad \text{e} \qquad \overline{I} = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2}.$$

Destas relações podemos determinar os valores das atenuações das tensões:

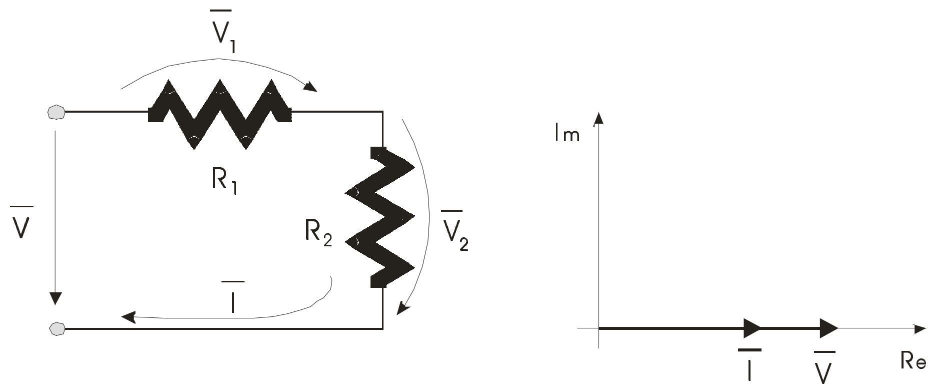
$$\begin{cases} \dfrac{\overline{V}_1}{\overline{V}} = \dfrac{\overline{Z}_1}{\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2} \\ \\ \dfrac{\overline{V}_2}{\overline{V}} = \dfrac{\overline{Z}_2}{\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2} \end{cases}.$$

3.1 Divisor de Tensão: *Resistência*

A impedância de uma resistência é

$$\overline{Z} = R + j0\,,$$

ou seja, a sua parte imaginária é nula; logo a corrente estará em fase com a tensão.



A amplitude da corrente é dada por:

$$\bar{I} = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}} = \frac{\overline{V}}{R_1 + R_2}\,.$$

As tensões nas resistências serão dadas por:

$$\left|\overline{V_1}\right| = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\left|\overline{V}\right|$$
$$\left|\overline{V_2}\right| = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\left|\overline{V}\right|,$$

onde o operador $|.|$, denota o módulo do fasor, i.e., a sua amplitude.

3.2 Divisor de Tensão: *Circuito RC*

3.2.1 Condensador Puro

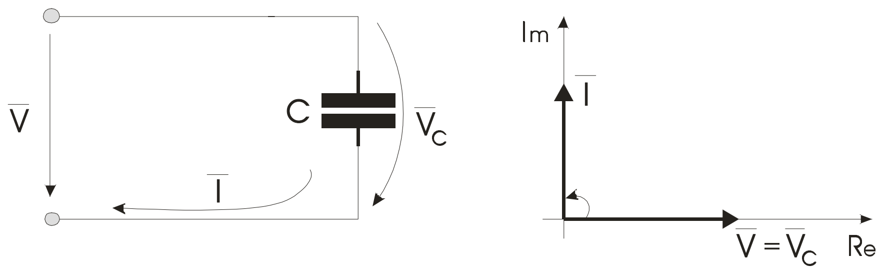
A impedância de um condensador é dada por:

$$\overline{Z} = 0 - \frac{j}{\omega C} = -jX_C\,,$$

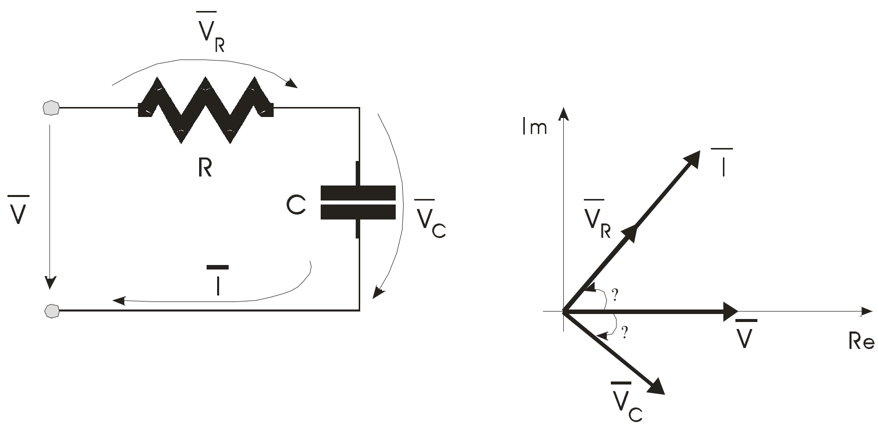
onde ω representa a frequência angular em radianos por segundo, C a capacidade do condensador e X_C a reactância capacitiva.

A reactância de um condensador é inversamente proporcional à frequência da tensão aplicada. A corrente que flui num condensador por aplicação duma tensão sinusoidal estará 90 graus em avanço relativamente à tensão e o seu módulo aumenta proporcionalmente com a frequência:

$$\left|\bar{I}\right| = \left|\frac{\overline{V}}{\overline{Z}}\right| = \frac{\left|\overline{V}\right|}{\dfrac{1}{\omega C}} = \left|\overline{V}\right|\omega C$$



3.2.2 Circuito RC



Para este circuito a tensão aos terminais do condensador será:

$$\bar{V}_C = -jX_C \bar{I} = \frac{-jX_C}{-jX_C + R}\bar{V}\ .$$

Expandindo a expressão da reactância e decompondo o fasor no seu módulo e fase temos:

$$\left|\bar{V}_C\right| = \left|\bar{V}\right| \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

$$\angle \bar{V}_C = -\frac{\pi}{2} - \arctan\left(-\frac{1}{\omega RC}\right) \quad .$$

Ao analisarmos a expressão acima verificamos que a medida que a frequência angular tende para 4, a tensão no condensador tende para:

$$\bar{V}_C = \frac{-j}{\omega RC}\bar{V} = \frac{1}{j\omega RC}\bar{V}\ .$$

Considerando ***V*** a tensão de entrada e $\boldsymbol{V_C}$ a tensão de saída é normal designarmos este circuito como um pseudo-integrador. Neste circuito a medida que a frequência angular aumenta, a amplitude do sinal de saída diminui. Um circuito com esta característica de atenuação de sinais com o aumento da frequência é conhecido como filtro passa-baixo.

Quando a frequência angular tende para *0*, a tensão no condensador será coincidente com a tensão de entrada em módulo e fase.

Como exercício determine as expressões para o módulo e a fase do fasor da corrente.

4 Bibliografia

Hayt, William and Jack Kemmerly, “Engineering Circuit Analysis”, McGraw Hill. Capítulos 4, 5 e 6.